

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

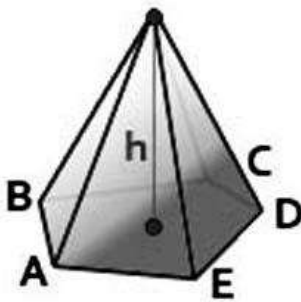
по дисциплине «Математика»

дата 01.03.2024

Тема: «Объем пирамиды»

1. По рабочей тетради повторить теорию о пирамиде (устно)
 - Определение пирамиды
 - Формула площади боковой поверхности пирамиды
 - Формула площади полной поверхности пирамиды
 - Определение усеченной пирамиды
 - Формула площади боковой поверхности усеченной пирамиды
 - Формула площади полной поверхности усеченной пирамиды
2. Новый материал (конспект в тетрадь)

Теорема Объем пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.



$$V = \frac{1}{3} Sh$$

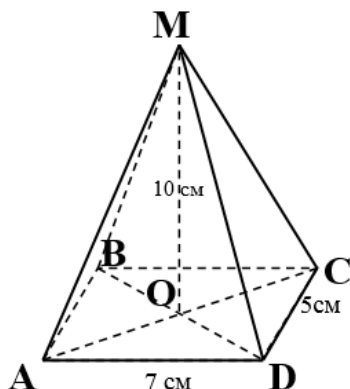
Следствие



Решение задач

Задача 1.

Основанием пирамиды является прямоугольник со сторонами 5 см и 7 см. Найдите объём пирамиды, если её высота выходит из точки пересечения диагоналей основания и равна 10 см.



Дано: MABCD – пирамида,
 ABCD –прямоугольник
 AD = 5 см
 CD = 7 см
 MO = 10 см
 Найти: V.

Пояснение: для того, чтобы найти объём пирамиды, нужно знать площадь основания и высоту пирамиды. Так как основанием является прямоугольник ABCD, то площадь основания вычисляем как площадь прямоугольника. Высота пирамиды по условию задачи равна 10 см.

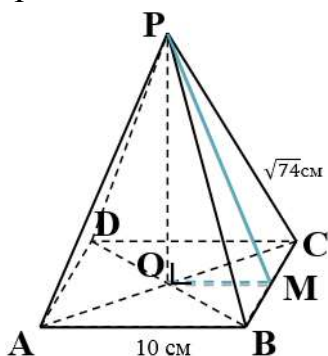
Решение:

- $S_{\text{осн}} = AD \cdot CD = 5 \cdot 7 = 35 \text{ (см}^2\text{)}$ (AD и CD – стороны прямоугольника)
- $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 35 \cdot 10 = \frac{1}{3} \cdot 350 = \frac{350}{3} = 116 \frac{2}{3} \text{ (см}^3\text{)}$

Ответ: $V = 116 \frac{2}{3} \text{ см}^3$.

Задача 2.

В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, апофема – $\sqrt{74}$ см. Найдите площади боковой и полной поверхностей и объём пирамиды.



Дано: PABCD – правильная пирамида,
 AB = 10см
 PM = $\sqrt{74}$ см
 Найти: $S_{\text{бок}}$, $S_{\text{полн}}$, V.

Пояснение: для того, чтобы найти площади боковой полной поверхностей пирамиды, нужно знать периметр основания, площадь основания и апофему. Для вычисления объёма пирамиды – площадь основания и высоту. Апофема дана в условии задачи ($\sqrt{74}$), значит нужно найти высоту, периметр и площадь основания. Основанием является квадрат ABCD.

Решение:

- Так как PABCD – правильная пирамида, то ABCD – квадрат.
- $OM = AB:2 = 10:2 = 5 \text{ (см)}$

3. Из $\triangle POM$ – прямоугольного по теореме Пифагора найдем катет PO :

$$PM^2 = OM^2 + PO^2$$

$$(\sqrt{74})^2 = 5^2 + PO^2$$

$$74 = 25 + PO^2$$

$$PO^2 = 74 - 25 = 49 \Rightarrow PO = \sqrt{49} = 7(\text{см.}), \text{ то есть } h = 7(\text{см.})$$

$$4. P_{\text{осн}} = 4 \cdot 10 = 40(\text{см}) \text{ (у квадрата 4 стороны, каждая равна 10 см)}$$

$$5. S_{\text{осн}} = AB^2 = 10^2 = 100(\text{см}^2)$$

$$6. S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot \ell = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot \sqrt{74} = 20\sqrt{74}(\text{см}^2)$$

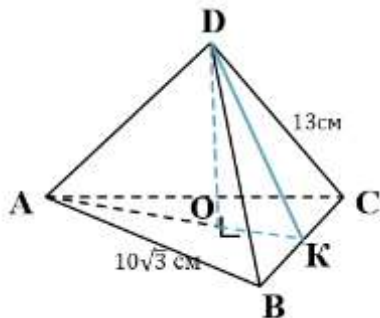
$$7. S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}} = 20\sqrt{74} + 100(\text{см}^2)$$

$$8. V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 7 = \frac{700}{3} = 233\frac{1}{3}(\text{см}^3)$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{бок}} = 20\sqrt{74} \text{ см}^2, S_{\text{полн}} = 20\sqrt{74} + 100 \text{ см}^2, V = 233\frac{1}{3} \text{ см}^3.$$

Задача 3.

Сторона правильной треугольной пирамиды равна 8 см. Найдите объём пирамиды, если её апофема равна 13 см.



Дано: $DABC$ – правильная пирамида,

$$AB = 10\sqrt{3} \text{ см}$$

$$DK = 13 \text{ см.}$$

Найти: V .

Пояснение: для того, чтобы найти объём пирамиды, нужно знать площадь основания и высоту пирамиды. Так как основанием является правильный треугольник ($\triangle ABC$), то берём формулу для вычисления площади правильного треугольника. Высоту пирамиды найдём из $\triangle DOK$.

Решение:

1. Так как $DABC$ – правильная пирамида, то $\triangle ABC$ – правильный (равносторонний), точка O – центр $\triangle ABC$, DO – высота пирамиды.

$$2. OK = \frac{AB}{2\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 5(\text{см})$$

OK – радиус окружности, вписанной в $\triangle ABC$

3. Из $\triangle DOK$ – прямоугольного по теореме Пифагора найдем катет DO :

$$DK^2 = OK^2 + DO^2$$

$$13^2 = 5^2 + DO^2$$

$$169 = 25 + DO^2$$

$$DO^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow DO = \sqrt{144} = 12 \text{ (см.)}, \text{ т.е. } h = 12 \text{ (см.)}$$

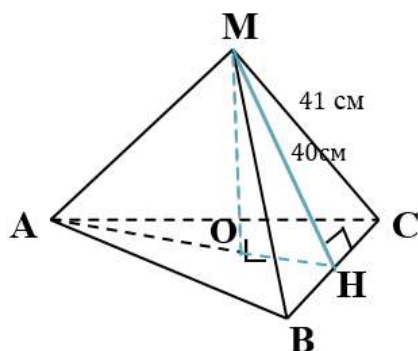
$$4. S_{\text{осн}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(10\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{10^2 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{100 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4} = 75\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$

$$5. V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 75\sqrt{3} \cdot 12 = 300\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: $V = 300\sqrt{3} \text{ см}^3$.

Задача 4.

Боковое ребро правильной треугольной пирамиды равно 41 см. Найдите площадь боковой поверхности и объём пирамиды, если её апофема равна 40 см.



Дано: МАВС — правильная пирамида,
МС = 41 см
МН = 40 см.
Найти: $S_{\text{бок}}, V$.

Пояснение: для того, чтобы найти площадь боковой поверхности пирамиды, нужно знать периметр основания (ΔABC) и апофему. Апофема по условию задачи равна 40 см. Для вычисления объёма нужно найти площадь основания (ΔABC) и высоту пирамиды. Чтобы найти периметр и площадь основания, необходимо найти сторону основания.

Так как пирамида правильная, то в её основании лежит правильный треугольник (ΔABC), поэтому берём формулу для вычисления площади правильного треугольника.

Решение:

1. МАВС — правильная пирамида \Rightarrow то ΔABC — правильный (равносторонний), т. О — центр ΔABC и МО — высота пирамиды.

2. Из ΔMNC — прямоугольного по теореме Пифагора найдем катет NC:

$$MC^2 = MN^2 + NC^2$$

$$41^2 = 40^2 + NC^2$$

$$1681 = 1600 + NC^2$$

$$HC^2 = 1681 - 1600 = 81 \Rightarrow HC = \sqrt{81} = 9(\text{см}), \text{ тогда } BC = 2 \cdot HC = 2 \cdot 9 = 18(\text{см})$$

$$3. OH = \frac{BC}{2\sqrt{3}} = \frac{18}{2\sqrt{3}} = \frac{9}{\sqrt{3}}(\text{см})$$

ОН – радиус окружности, вписанной в ΔABC

4. Из ΔMOH – прямоугольного по теореме Пифагора найдем катет МО:

$$MH^2 = MO^2 + OH^2$$

$$40^2 = \left(\frac{9}{\sqrt{3}}\right)^2 + OH^2$$

$$1600 = \frac{9^2}{(\sqrt{3})^2} + OH^2$$

$$1600 = \frac{81}{3} + OH^2$$

$$1600 = 27 + OH^2$$

$$OH^2 = 1600 - 27 = 1573 \Rightarrow OH = \sqrt{1573} = \sqrt{121 \cdot 13} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{13} = 11\sqrt{13}(\text{см})$$

$$\text{то есть } h = OH = 11\sqrt{13}(\text{см.})$$

$$4. P_{\text{осн}} = 3 \cdot BC = 3 \cdot 18 = 54(\text{см})$$

$$3. S_{\text{осн}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(18)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{324\sqrt{3}}{4} = 81\sqrt{3}(\text{см}^2)$$

$$4. S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}P_{\text{осн}} \cdot \ell = \frac{1}{2} \cdot 54 \cdot 40 = 1080(\text{см}^2)$$

$$5. V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 81\sqrt{3} \cdot 11\sqrt{3} = 27 \cdot 11 \cdot 3 = 891(\text{см}^3)$$

$$\text{Ответ: } S_{\text{бок}} = 1080 \text{ см}^2, V = 891 \text{ см}^3.$$

Домашнее задание

Проработать конспект по тетради

Задание отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru